Valószínűségszámítás gyakorlat

2. hét: Klasszikus valószínűség, Feltételes valószínűség, Teljes valószínűség tétel, Bayes tétel

1. Monostory:
2. 14/30 egy dobozban 40 db 8 mm-es, több 6 és 10 mm-es csavar van. Annak valószínűsége, hogy egy csavart kiemelve az 6, vagy 10 mm-es 0,6. Annak, hogy 6 vagy 8 mm-es 0,7. Hány darab 6 és hány 10 mm-es csavar van a dobozban?
3. 18/41 Valamely eseménytérben az A és B események közül legalább az egyik feltétlenül bekövetkezik. Legyen $P(A|B) = 0,2$, $P(B|A) = 0,5$. Mennyi a $P(A), P(B)$ valószinűségek értéke?
4. 18/43 Legyen $P(A) = 2/3, ; P(A|B) = 2/3; P(B|A) = 1/3$ Határozza meg
   - $P(A + B)$
   - $P(\bar{A} \big| \bar{B})$ valószinűségeket.
5. 14/31 Egy szabályos kockát hatszor egymás után feldobunk.Mi a valószinűsége, hogy
   - az 1,2,3,4,5,6 számok mindegyike szerepel a dobások között
   - az első dobás 6 lesz, a többi ettől különböző?
   - Hf: két dobás eredménye 6,(bármelyik 2) a többi ettől különböző lesz?
6. 18/44 Egy urnában 3 golyó van, 1 piros, 1 zöld, 1 kék.Az urnából visszatevéssel ötször húzunk 1-1 golyót. Mi a valószinűsége annak, hogy egyszer sem húzunk piros golyót, feltéve, hogy zöldet is és kéket is min. kétszer húzunk?
7. Házi feladat: Az alábbi kontingenciatáblázat a tüdőrák és a dohányzás, mint rizikófaktor kapcsolatát leíró vizsgálat adatait tartalmazza. Tekintse a feladatban szereplő események valószínűségének a relatív gyakoriságukat!

	D	$\overline{D}$
T	483	76
$\overline{T}$	982	1412

D: dohányos, T: Tüdőrákos

(a) Számolja ki annak valószínűségét, hogy egy véletlenszerűen kiválasztott személy tüdőrákban szenved feltéve, hogy dohányos, ill. azt feltételezve, hogy nem dohányzik.

(b) Határozza meg a dohányzás relatív kockázatát, vagyis a $\frac{P(\text{tüdőrákos} \mid \text{dohányzik})}{P(\text{tüdőrákos} \mid \text{nem dohányzik})}$ hányadost!

8. Egy erdei futáson a következő indulók voltak:

	Férfi	Nő
hallgató	130	24
munkatárs	8	4
külsős	22	9

(a) Véletlenszerűen választunk egy indulót. Mi a valószínűsége, hogy ő hallgató?

(b) Feltéve, hogy külsőst választunk, mi a valószínűsége, hogy ő nő?

(c) Ha férfit választunk, mi a valószínűsége, hogy ő hallgató?

(d) Ha nőt választunk, mi a valószínűsége, hogy nem munkatárs?

9. A kockadobásnál legyen E: 6-ost dobunk; F: páros számot dobunk. Független-e ez a két esemény?

10. Egy érmét egymás után kétszer feldobunk. Legyen E: a két dobás eredménye ugyanaz; F: először írást dobunk. Független-e a két esemény?

11. 19/45 Izzólámákat százas csomagolásban szállítanak. Az eddigi megfigyeléskből tudjuk, hogy a csomagban 0,1,2,3,4 izzó lehet hibás, azonos arányban. Mennyi a valószinűsége, hogy egy tételből véletlenszerűen kiválasztva 3 izzót pontosan egy lesz hibás?

12. 19/46 Kétmillió pénzérme közül kettőn 2 fej van, a többi hibátlan. Találomra kiválasztunk egy érmét, háromszor feldobva mindig fejet kapunk. Mennyi annak a valószinűsége, hogy a rossz érmét választottuk?

13. Egy kereskedő négy beszállítótól kap árut. Az első a teljes árumennyiség felét, a második a negyedét, a harmadik és negyedik egyenlően osztozik a maradékon. Tapasztalata szerint a legnagyobb szállítótól kapott áru 70% -a, a másodiknál a 60%-a, a maradék kettőnél 40%-a első osztályú, a többi másodosztályú.

(a) A készletből véletlenül kiválasztott áru mekkora valószínűséggel lesz első osztályú?

(b) Egy véletlenszerűen kiválasztott másodosztályú áru milyen valószínűséggel származik a legnagyobb (első) beszállítótól?

14. (Monty Hall probléma) Tekintsük a következő ismert televíziós játékot: egy színpadon van három függöny. Az egyik függöny mögött egy csodálatos autó van, amit szeretnénk megnyerni, a másik kettő mögött egy-egy fekete macska. Rámutatunk az egyik függönyre, majd műsorvezető, aki tudja, hogy melyik függöny mögött mi van,

a másik két függöny közül elhúz egy olyat, amelyik mögött macska van. Ezekután ismét dönthetünk: vagy választjuk az eredetileg kiszemelt függönyt, vagy váltunk, és a még meg nem mutatott függönyt választjuk. Mi a jó stratégia? Mekkora valószínűséggel tudjuk megnyerni az autót?

15. Egy gép átlagban munkaidejének $\frac{1}{3}$-ában A jelű, $\frac{1}{6}$-ában B jelű, a maradék idejében C jelű alkatrészen dolgozik. Az A jelű alkatrész kidolgozása közben az erre fordított idő 10%-ában áll a gép. A B jelű alkatrész kidolgozása közben végig dolgozik, a C jelű kidolgozásakor a munkaidő 25%-ban áll. Mennyi a valósziűsége, hogy egy találomra kiválasztott időpontban áll a gép. Feltéve, hogy a gép dolgozik, mi a valószínűsége, hogy éppen A alkatrészen dolgozik?