Métermérés

Kékesi Kristóf
NEPTUN kód: ZI6I4M
Mérőpár: Bor Gergő

Mérés ideje: 2024.03.06. 15:15-18:00
Mérés helye: Pázmány Péter Katolikus Egyetem, Információs Technológiai és Bionikai Kar
1083 Budapest, Práter utca 50/A 4. emeleti a 420-as terem előtti folyosó
kekesi.kristof.mihaly@hallgato.ppke.hu

***Kivonat*—A mérési feladat két részből áll. Az első mérés 4. emeleti folyosó hosszának lemérése méterrúddal. Ehhez az 'A' jelölési méterrudat használtuk. A második mérés a szemünk felbontásának mérése fekete-fehér és színes geometriai mintás képek segítségével.**
Ezen kívül ez a jegyzőkönyv tartalmazza az SI-mértékegységrendszer alap mértékegységeit, a prefixumokat, ezeknek a típusait. Bemutatjuk a geodéziai mérőszalagot és híres magyar földmérő tudósokat.
A jegyzőkönyv tartalmazza még a mérésekhez kapcsoló számításokat is.

***Keywords*-SI-mértékrendszer, Geodéziai mérőszalag, Mérési alapfogalmak, Métermérés, Szem felbontása**

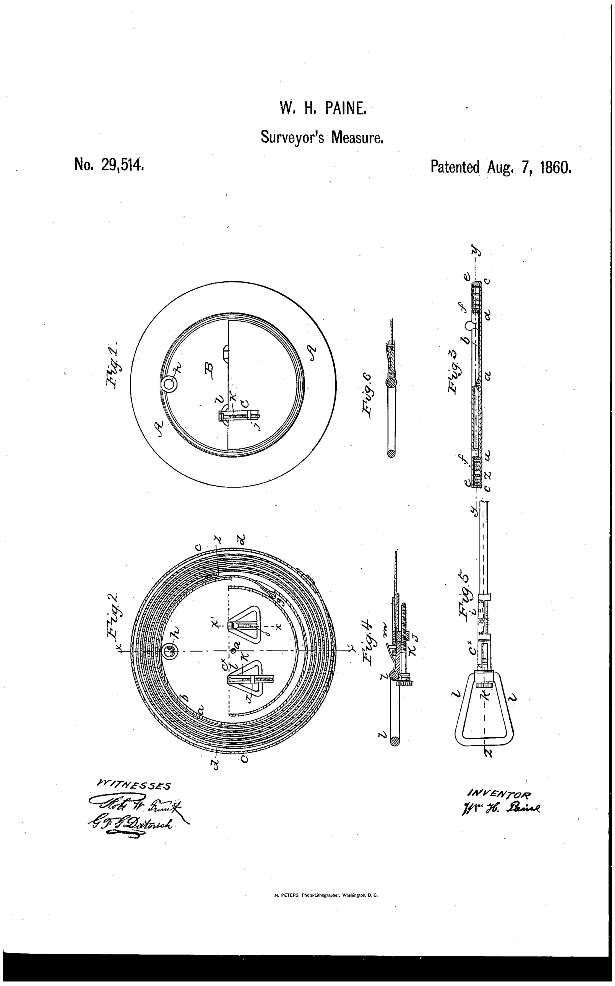
I. Az SI-mértékegységrendszer alapegységeiről

Az SI egy az 1960-as években létrehozott mértékegységrendszer. Ez számos hasznos tulajdonsággal rendelkezik, ami nem található meg a másik, az SI elterjedése előtti gyakori mértékegységrendszerben, a Brit mértékegységrendszerben. Az SI-mértékegységrendszerben azonos váltoszámokkal lehet a mértékegységeket átváltani a legtöbb mértékegységnél.
Az SI-mértékegységrendszer alapegységei a következőek: hosszúság (méter; m), tömeg (kilogramm; kg), idő (másodperc; s (a szekundum szóból)), áramerősség (amper; A), hőmérséklet (kelvin, K), anyagmennyiség (mól, mól), fényesség (candela, cd).
Az egységes váltószámok miatt sokkal egyszerűbb kifejezni nagyon kicsi és nagyon nagy számokat is egyaránt. Ezt a törtrész prefixum, és a többszörös prefixum teszik lehetővé. Pár ismertebb ilyen prefixum a deka (10^1), hecto (10^2)m kilo (10^3), deci (10^{-1}), centi (10^{-2}), mili (10^{-3}). [1] [2]

II. Szabadon választható távolságmérőről

Geodéziai mérőszalag. A Geodéziai mérőszalag, eredeti nevén a 'földmérő szalag' W. H. Paine az 1860 években levédetett földmérő eszköze volt (látható az 1. és a 2. ábrákon). Számos fejelsztéssel bírt az akkori földmérő eszközökkel szemben. Védett fém borításban lévő szalagjának köszönhetően strapabíróbbnak minősült, sőt, a rajta lévő kallantyú segítségével hamar fel lehetett csavarni. A szalag elején lévő karikát valahova beakasztva egy személy is le tudott mérni nagyobb távokat. Az akkoriban használt mérőrudakkal szemben hosszabb távot tudott lemérni, és összecsükva még kevesebb helyet is foglalt. [3] [4] [5]
Mivel a megemlített mérőeszköz már múzeális darab, és a róla kászült specifikációk is limitáltak, a mérési tartományt és a pontosságot ennek a mai változatairól írom. Ezek sok néven ismertek. Adott helyen tekercses mérőszalagként, földmérőként, van ahol geodéziai mérőszalagként ismert. Mérési tartománya a 0m-től akár az 50m-ig is terjedhet. Anyaga üvegszállal erősített műanyag, emiatt a pontossága nem függ a hőmérséklettől úgy, mint a régen készült acél szalagos tekercses mérőszalagok, így ezeknek a hibahatára $0,4$mm méterenként. [6]
Számos jelentős magyar földmérő járt a Budapesti Műszaki Egyetemre, illetve annak az elődintézeteibe. A Geodéziai mérőszalag feltalálójához, W. H. Paine-hez hasonlóan az 1860-as években szabadalmaztatta Kruspér István a heliométert. Ez egy távmérős tedolit. Távolságot, lejtőt, lehetett vele mérni. Szögfelrakőt és szintező műszert is készített.
Kruspér Gáboron kívül más magyarokkal is találkozhatunk, amikor a földmérés tudományában keresünk. Bodola Lajos szintező műszert, szögprizmát és szögtükröt talált fel. Rajtuk kívül megemlítendő Fasching Antal (Teodolit-tahiméter), Oltay Károly (felső rendű szintező), Szepessy József (tahiméter) neve.

1. ábra. W. H. Paine 1860-ban szabadalmaztatott földmérő szalagja.



2. ábra. W. H. Paine szavadalma a geodéziai mérőszalagra.

A Budapesti Műszaki Egyetem az 1990-es években lézeres földmérési műszerek kutatásával foglalkozott. E tevékenységben kiemelendőek Fasching Antal, Hazay István, Homoródi Lajos, Biró Péter és Detrekői Ákos nevei. [7]

III. Méréssel kapcsolatos alapfogalmak

1) Mérés: A mérés egy olyan folyamat, amiben egy mérendő mennyiséget egy hasonló jellegű mennyiséggel (az egységgel) hasonlítjuk össze. [8]
2) Etalon: Az etalon biztosítja a hitelesített mértékegységet. Többféle etalont különböztetünk meg, ezek közül az elsődleges etalon a legpontosabb, ez definiálja az adott mértékegységet. Minden alkalommal amikor egy új etalont készítünk, annak a pontossága romlik, ezért fontos hogy minél pontosabb etalont használjunk. [2]
3) Mennyiség: Mennyiségnek nevezzük, egy szám és egy mértékegység szorzatát. Mennyiség = Mérőszám · Mértékegység. [2]
4) Mennyiségrendszer: Olyan mértékegységek összessége, amik egymással összefüggésben vannak. [2]
5) Mértékegység: Elfogadott konkrét mennyiség, amit összehasonlíthatunk azonos fajta mennyiségekkel azoknak az egymáshoz viszonyított nagyságuk kifejezése céljából. [2]
6) Mértékegység-rendszer: Adott alap mértékegységek és az ezekből szabályok szerint képzett származtatott mértékegységek összessége. [2]

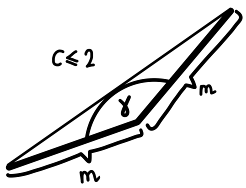
I. táblázat. A folyosó mérése során keletkezett eredmény

Mérés neve	Mérés eredménye
Távolság a folyosó két távolabb lévő fala között	$34,63$m

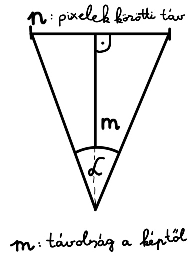
7) SI: Az SI-mértékegységrendszer egy az 1960-as években létrehozott mértékegységrendszer. Ez számos hasznos tulajdonsággal rendelkezik, szinte minden mértékegységet azonos váltószámokat használva lehet átváltani. [1]
8) Alap mértékegységek: Alap mértékegységeknek nevezzük azokat a mértékegységeket, amiket az adott mértékegységrendszer függetlenül kezel egymástól. Ezek az SI-mértékegységrendszerben a méter, kilogramm, secundum, amper, kelvin, mól és a candela. [1] [2]
9) Származtatott mértékegységek: Olyan mértékegységek, amik alap mértékegységek függvényeként vannak definiálva. [2]
10) Törtrész prefixum: Törtrész prefixumot használunk, amennyiben egy nagyon kicsi számmal szeretnénk könnyebben számolni. Ilyenkor a mennyiséget megszorozzuk a prefixummal. Például:
$$0,000001\Omega = \frac{0,000001}{10^{-6}} \cdot \mu\Omega = 1\mu\Omega.$$
[1] [2]
11) Többszörös prefixum: Többszörös prefixumot használunk, amennyiben egy nagyon nagy számmal szeretnénk könnyebben számolni. Ilyenkor a mennyiséget megszorozzuk a prefixummal. Például:
$$1000\text{m} = \frac{1000}{10^3} \cdot \text{km} = 1\text{km}.$$
[1] [2]
12) Mérési hibák: Minden mérésre jellemző, hogy a mennyiség valódi tényleges értékét teljes bizonysággal nem tudjuk meghatározni. Ez annak tudható be, hogy a mérés folyamatával valamennyire befolyásoljuk a megfigyelt folyamatokat. A hibát kétféleképpen számvételezhetjük, különböztethetük meg egymástól. Abszolút és relatív hibaként.
Az abszolút hibát úgy kapjuk meg, hogy a mért értékből elvesszük a valós értéket ($H = X_{\text{mért}} - X_{\text{tényleges}}$).
A relatív hibát pedig úgy, hogy az abszolút hibát (H) elosztjuk a tényleges értékkel ($x_{\text{tényleges}}$) (h). ($h = \frac{H}{X_{\text{tényleges}}}$). [2]

IV. Folyosó hosszának mérése

A folyosó hosszának leméréséhez az 'A' jelölésű méterrudat használtuk. Ennek a névleges értéke (m) 1m. A mérést a folyosó lépcsőhöz közeli felén kezdtük, a folyosó közepén a fuga mentén 35-szer kellett egymás után elhelyezni a méterrudat. Az utolsó alkalommal a méterrudat nem tudtuk teljes hosszában elhelyezni, leolvasva 63cm-nyi fért oda. Így a mérés során keletkezett eredmény (k) $34,63$m. Az 'A' méterrúd pontosságát, mérési bizonytalanságát nem tudjuk, így azt jelöljük r-rel ($\Delta r = r$).A mérés során a következő véletlen mérési hibákat követhettük el: amikor a méterrudat egymás után raktuk, az újjam, amivel jelöltem hol volt a méterrúd vége megmozdulhatott, ezért egy egy ismeretlen a hosszú hiba van a mérésben minden alkalommal amikor a rudat egymás után helyeztük el. Ezen kívül lehetséges, hogy a méterrudat nem párhuzamosan tettük le egymás után, ezzel egy ismeretlen b



3. ábra. A ferde méterrudak probléma lerajzolva.



4. ábra. A mérés leegyszerűsítve.

(szögű) változó is módosítja a mérésünk eredményét. Ez a méterrúd két egymás után elhelyetett pozíciója közötti bezárt szög.
Az alap képlet mérési eredmény kiszámítására:

$$E = k(m + \Delta r) + \sum v.$$

Ezt úgy kell módosítani, hogy az általam kifejtett véletlen mérési hibákkal tudjon számolni. Először is minden egyes alkalommal amikor egymás után raktuk a mérőeszközt, megjelenik egy lehetséges a-nyi elcsúszás. Ezért:

$$E = k(m + \Delta r) + \left[\left(\left\lfloor \frac{k}{m} \right\rfloor - 1\right) \cdot (\pm a)\right]. \tag{1}$$

Ez még nem számol a méterrudak nem párhuzamos egymás utáni elhelyezésével (ez vizualizálva a 3. ábrán látható). Ezért a képletet tovább kell módosítani. Amennyiben a két egymás utáni lehelyezés során a méterrudak helyzetei nem 180°-ot zárnak be a mért eredmény több lesz. Ezt kompenzálhatjuk ha kiszámoljuk, mennyivel mérünk többet, adott b fokos eltéréssel, majd ezt kompenzáljuk egy kivonással. A táv amit mérünk a méterrúd kétszeri egymás utáni elhelyezésével 2m, viszont amennyiben a méterrúd kétszeri lehelyezésekor a köztük bezárt szög nem 180°, akkor a valós táv amit megteszünk nem 2m. A valós távot így tudjuk kiszámolni:

$$c = m^2 + m^2 - 2m^2 \cos(\gamma).$$

Mivel ez a táv a méterrúd kétszeres lehelyezésével lett mérve egy leosztással megkapjuk mennyit is mentünk a folyosón egy lehelyezéssel. Ezt kivonva az egyből megkapjuk, mennyivel mértünk többet, ezért ez kivonjuk az 1. képletből:

$$E = k(m + \Delta r) + \Bigg[\left(\left\lfloor \frac{k}{m} \right\rfloor - 1\right) \cdot \left(\pm a \pm \left[1 - \frac{m^2 + m^2 - 2m^2\cos(\gamma)}{2}\right]\right)\Bigg]. \tag{2}$$

Behelyettesítve:

$$E = 34,63\text{m}(1 + r) + \Bigg[\big(\lfloor 34,63\text{m} \rfloor - 1\big) \cdot \left(\pm a \pm \left[1 - \frac{2 - 2\cos(\gamma)}{2}\right]\right)\Bigg],$$

ahol r a mérőműszer mérési bizonytalansága (pontossága), a a méterrúd hátuljának a volt elejéhez való csúsztatás során az újjammal való jelölésből eredő pontatlanság, és γ az egymás utáni elhelyezésnél a két pozíció között bezárt szög.

V. Szemem felbontásának mérése

A mérés menete: a falon egy fekete-fehér és egy színes kép volt elhelyezve. Ezeken ismétlődő geometrikus formák voltak láthatóak. A mérés feladata a szemem felbontásának mérése, amit fokban számolnak, ezért lemértük a két különböző színű alakzat középpontjai közötti távolságot. Ezek a fekete-fehér képnél $0,6\text{cm} = 0,06\text{m}$, a színes képnél $0,7\text{cm} = 0,07\text{m}$ volt. De. Mivel a méterrúd nem ilyen hosszúságok mérésére van beskálázva, a mért értékek helyett ezt a számot mostantól n-nel jelölöm. (a mérés leegyszerűsített fölülnézete a 4. ábrán látható.)
A méréseket, hogy melyik szemmel melyik képen milyen messziről nem láttam már a különbséget a képen az alakzatok között a II. táblázatban találhatóak. A IV. bekezdésben leírt 2. képletbe helyettesítve megkapjuk a mérési eredményeket a távolságra nézve.
Bal szememmel ettől a távolságtól nem látom a különbséget a kis fekete képen:

$$m_1 = 12,2\text{m}(1 + r) + \Bigg[\big(\lfloor 12,2\text{m} \rfloor - 1\big) \cdot \left(\pm a \pm \left[1 - \frac{2 - 2\cos(\gamma)}{2}\right]\right)\Bigg].$$

Bal szememmel ettől a távolságtól nem látom a különbséget a kis színes képen:

$$m_2 = 11,1\text{m}(1 + r) + \Bigg[\big(\lfloor 11,1\text{m} \rfloor - 1\big) \cdot \left(\pm a \pm \left[1 - \frac{2 - 2\cos(\gamma)}{2}\right]\right)\Bigg].$$

Jobb szememmel ettől a távolságtól nem látom a különbséget a kis fekete képen:

$$m_3 = 11\text{m}(1+r) + \Bigg[\big(\lfloor 11\text{m} \rfloor - 1\big) \cdot \left(\pm a \pm \left[1 - \frac{2 - 2\cos(\gamma)}{2}\right]\right)\Bigg].$$

Jobb szememmel ettől a távolságtól nem látom a különbséget a kis színes képen:

$$m_4 = 10,1\text{m}(1+r) + \Bigg[\big(\lfloor 10,1\text{m} \rfloor - 1\big) \cdot \left(\pm a \pm \left[1 - \frac{2 - 2\cos(\gamma)}{2}\right]\right)\Bigg].$$

Ezeknek a tudatában kiszámíthatjuk, hogy hány fokos a szemem felbontása az adott mérés szerint. Ezt a következő képlettel kapjuk meg:

$$\alpha = 2\arctan\left(\frac{\frac{n}{2}}{m}\right),$$

II. táblázat. A szemem felbontásának mérése során keletkezett eredmények

Mérés neve	Mérés eredménye
Távolság miután nem tudtam elkülöníteni a fekete rombuszokat a kis fekete-fehér képen bal szemmel	$12,2\text{m}$
Távolság miután nem tudtam elkülöníteni a fekete rombuszokat a kis színes képen al szemmel	$11,1\text{m}$
Távolság miután nem tudtam elkülöníteni a fekete rombuszokat a kis fekete-fehér képen jobb szemmel	11m
Távolság miután nem tudtam elkülöníteni a fekete rombuszokat a kis színes képen jobb szemmel	$10,1\text{m}$

ahol m a képtől való távolság, és n az egymás melletti geometriai formák középpontjától számított távolság (kifejtve a **??**. bekezdés közepén). Így a szögek a mérések alapján:

$$\alpha_1 = 2\arctan\left(\frac{\frac{n}{2}}{m_1}\right),$$

$$\alpha_2 = 2\arctan\left(\frac{\frac{n}{2}}{m_2}\right),$$

$$\alpha_3 = 2\arctan\left(\frac{\frac{n}{2}}{m_3}\right),$$

$$\alpha_4 = 2\arctan\left(\frac{\frac{n}{2}}{m_4}\right).$$

Ez viszont nem a végleges eredmény. Ez ezeknek a szögeknek a számtani közepét véve kapjuk meg az eredmény:

$$E = \frac{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4}{4}. \tag{3}$$

VI. Szemem felbontása ±2, és ±5 hosszeltérésű méterrúddal mérve

Az adott h hosszúságeltérést a IV. fejezetben kifejtett 2. képletbe beleépítve megkapjuk, mekkora mérési eredményt kapnánk, ha a méterrúd $\pm 2\text{mm} = \pm 0,002\text{m}$, és $\pm 5\text{mm} = \pm 0,005\text{m}$ eltérésekkel rendelkezne. Ezt az eltérést jelöljük p-vel.

$$m_1 = 12,2\text{m}(1+r) + \Bigg[\big(\lfloor 12,2\text{m}\rfloor - 1\big)\cdot$$
$$\cdot\left(\pm a \pm \left[1 - \frac{2-2\cos(\gamma)}{2}\right]\right) + \lfloor 12,2\text{m}\rfloor \cdot p\Bigg],$$

$$m_2 = 11,1\text{m}(1+r) + \Bigg[\big(\lfloor 11,1\text{m}\rfloor - 1\big)\cdot$$
$$\cdot\left(\pm a \pm \left[1 - \frac{2-2\cos(\gamma)}{2}\right]\right) + \lfloor 11,1\text{m}\rfloor \cdot p\Bigg],$$

$$m_3 = 11\text{m}(1+r) + \Bigg[\big(\lfloor 11\text{m}\rfloor - 1\big)\cdot$$
$$\cdot\left(\pm a \pm \left[1 - \frac{2-2\cos(\gamma)}{2}\right]\right) + \lfloor 11m\rfloor \cdot p\Bigg],$$

$$m_4 = 10,1\text{m}(1+r) + \Bigg[\big(\lfloor 10,1\text{m}\rfloor - 1\big)\cdot$$
$$\cdot\left(\pm a \pm \left[1 - \frac{2-2\cos(\gamma)}{2}\right]\right) + \lfloor 10,1\text{m}\rfloor \cdot p\Bigg].$$

Mivel a méterrúd skálázása miatt nem alkalmas a képeken egymás mellett lévő geometriai alakzatok középpontjai közötti távolság mérésére alkalmatlan, ezért ennek a hosszát a továbbiakban is n-nel jelölöm. A szemem felbontása a mérések alapján:

$$\alpha_1 = 2\arctan\left(\frac{n}{m_1}\right),$$

$$\alpha_2 = 2\arctan\left(\frac{n}{m_2}\right),$$

$$\alpha_3 = 2\arctan\left(\frac{n}{m_3}\right),$$

$$\alpha_4 = 2\arctan\left(\frac{n}{m_4}\right).$$

Ezeket átlagolva tudjuk kiszámolni az adott p hosszeltérésű mérések összesített eredményét:

$$J = \frac{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4}{4}. \tag{4}$$

A mérési eltérést úgy tudjuk kiszámolni, hogy a 3. képletben kapott eredményből kivonjuk a most kapott 4. számú képletet, majd ennek az abszolútértékét vesszük.

$$\text{eltérés} = |E - J|.$$

A feljebb, a VI. bekezdésdésben levezetett számításban a r helyére a $\pm 2\text{mm} = \pm 0,002\text{m}$ és $\pm 5\text{mm} = \pm 0,005\text{m}$ számokat behelyezve megkapjuk mindkét kérdezett eltérést.

Hivatkozások

[1] "SI-mértékegységrendszer". (), cím: https://hu.wikipedia.org/wiki/SI-m%C3%A9rt%C3%A9kegys%C3%A9grendszer (elérés dátuma 2024. 03. 06.).

[2] "Mérés Alapfogalmak.pdf (PPKE ITK Bevezetés a méréstechnikába és jelfeldolgozásba)", 2024. márc. 4.

[3] "American History - Surveyor's Measure". (), cím: https://americanhistory.si.edu/collections/nmah_761654 (elérés dátuma 2024. 03. 07.).

[4] "Google Patents - US29514A". (), cím: https://patents.google.com/patent/US29514 (elérés dátuma 2024. 03. 07.).

[5] "Google Patents - US29096A". (), cím: https://patents.google.com/patent/US29096 (elérés dátuma 2024. 03. 07.).

[6] *Hitelesítési Előírás - Országos Mérésügyi Hivatal - HE-29-2006*, 2006.

[7] "A geodézia tudományos-kutatási-fejlesztési eredményei". (), cím: https://mek.oszk.hu/02100/02185/html/867.html (elérés dátuma 2024. 03. 07.).

[8] "Nemzeti Szakképzési és Felnőttképzési Hivatal dokumentuma (nive.hu)". (), cím: https://www.nive.hu/Downloads/Szakkepzesi_dokumentumok/Bemeneti_kompetenciak_meresi_ertekelesi_eszkozrendszerenek_kialakitasa/6_0917_021_101115.pdf (elérés dátuma 2024. 03. 07.).