LINEÁRIS ALGEBRA

SAJÁTÉRTÉK/ SAJÁTVEKTOR

$\det(A-\lambda E)$

1. Karakterisztikus polinom

Főátlóból vond ki a lamdbádak és számold ki a determinánsát.

$$A=\begin{pmatrix}1&2&2\\2&1&2\\2&1&2\end{pmatrix}$$

$$\begin{vmatrix}1-\lambda&2&2\\2&1-\lambda&2\\2&1&2-\lambda\end{vmatrix}=-\lambda^3+4\lambda^2+5\lambda$$

2. Karakterisztikus egyenlet

Számold ki a karakterisztikus polinom gyökeit. Ezek lesznek a sajátértékek.

$$-\lambda(\lambda^2-4\lambda-5)=0$$

$\lambda_1=0 \qquad \lambda_2=-1 \qquad \lambda_3=5$

3. Sajátvektorok kiszámítása

$sv_{\lambda_1}=\mathrm{Ker}(A-\lambda_1 E)$

$sv_{\lambda_2}=\mathrm{Ker}(A-\lambda_2 E)$

$\vdots$

Adott sajátértékhez tartozó sajátvektorokat úgy számolhatsz ki, hogy visszahelyettesíted az A-LambdaE-be és kiszámolod magterét.

$\lambda_2=-1$

Pl a második sajátérték sajátvektorai:

$\mathrm{Ker}(A+1E)$

$$\begin{bmatrix}2&2&2\\2&2&2\\2&1&3\end{bmatrix}\xrightarrow{G-J}\begin{bmatrix}\boxed{1}&0&2/3\\0&\boxed{1}&2/3\end{bmatrix}$$

$x_1=-2/3\,x_3$

$x_2=-2/3\,x_3$

$x_3\in\mathbb{R}$

$$sv_{\lambda=-1}=\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2/3\\-2/3\\1\end{pmatrix}x_3=\mathrm{span}\left(\begin{pmatrix}-2/3\\-2/3\\1\end{pmatrix}\right)$$

Ha további kérdésed van, kérdezz bátran!