1. feladat:

Tételezzük fel, hogy egy vonat a mozgása során három különböző, de mindhárom szakaszon egyenletes mozgást végez: 3 percen át 50 km/h, 4 percen át 60 km/h, maid 2 percen keresztül 70 Km/h sebességgel halad. Számítsuk ki a vonat teljes megtett útját és az átlagsebességét!

Megoldás: Először a három részidőt kell órában kifejezni:

$$t_1 = \frac{3}{60}\,\mathrm{h},\ t_2 = \frac{4}{60}\,\mathrm{h},\ t_3 = \frac{2}{60}\,\mathrm{h}$$

Így a teljes időtartam:

$$t = \frac{9}{60}\,\mathrm{h}$$

Az egyes utakat kiszámítva:

$$s_1 = v_1 \cdot t_1 = 50\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} \cdot \frac{3}{60}\,\mathrm{h} = 2{,}5\,\mathrm{km}$$

$$s_2 = v_2 \cdot t_2 = 60\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} \cdot \frac{4}{60}\,\mathrm{h} = 4\,\mathrm{km}$$

$$s_3 = v_3 \cdot t_3 = 70\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} \cdot \frac{2}{60}\,\mathrm{h} = 2{,}3\,\mathrm{km}$$

Tehát a teljes út:

$$s = 8{,}8\,\mathrm{km}$$

Így az átlagsebesség:

$$v_{\acute{a}tl} = \frac{8{,}8\,\mathrm{km}}{\frac{9}{60}\,\mathrm{h}} = 58{,}7\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$$

2. feladat:

Számoljuk ki a kerékpárversenyző által elért sebességet, ha álló helyzetből indulva, egyenletesen gyorsítva 4 sec. alatt 32 m-t tesz meg!

Számoljuk ki a kerékpárversenyző által elért sebességet, ha álló helyzetből indulva, egyenletesen gyorsítva 4 s alatt 32 m-t tesz meg!

Megoldás: A fenti, grafikus okoskodással, a kerékpáros végsebességére a $v_t = \frac{2 \cdot s}{t}$ összefüggés adja meg a választ:

$$v_t = \frac{2 \cdot 32\ \mathrm{m}}{4\ \mathrm{s}} = 16\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

3. feladat:

Mennyi a fékútja egy 72 km sebességgel haladó autónak, ha 4 m/s^2 lassulásal képes biztonságosan fékezni?

$$72\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} = \frac{7200\ \mathrm{m}}{3600\ \mathrm{s}} = 20\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}},$$

a végsebesség természetesen zérus. A fékezési időt meghatározhatjuk abból a feltételből, hogy a sebesség megálláskor lesz zérus, ezenkívül adott, hogy $a = -4\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. $0 = v_0 + a \cdot t$ -ből

$$t = -\frac{v_0}{a} = \frac{-20\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{-4\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}} = 5\ \mathrm{s}.$$

Az idő ismeretében a fékút:

$$s = \frac{20\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 5\ \mathrm{s}}{2} = 50\ \mathrm{m}$$

4. feladat:

Határozzuk meg egy 12 m magasságból leejtett kis test sebességét a földre érés pillanatában!

Megoldás: tekintettel az egyenletes gyorsulásra, az útból ($h = 12$ m) és a nehézségi gyorsulásból ($g = 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$) meghatározható az esési idő, ezután pedig a végsebesség:

A $h = \frac{g \cdot t^2}{2}$ összefüggésből:

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} = \sqrt{2{,}45}\ \text{s} = 1{,}56\ \text{s}$$

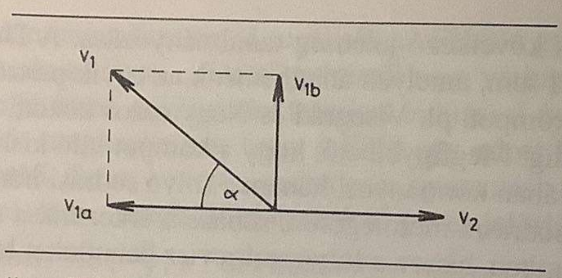
Az időt felhasználva a leérkezési sebesség:

$$v = g \cdot t = 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1{,}56\ \text{s} = 15{,}3\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

5. feladat:

Milyen irányban evezzünk v_1 = 9 km/h sebességgel, a v_2 = 6 km/h sebességű folyón, ha pontosan az indulási hellyel szemben szeretnénk a túlsó partra érni?

Megoldás: Természetes, hogy nem evezhetünk a partra merőlegesen, mert akkor lefelé elvisz a víz. Ezért kell kissé felfelé evezni, pontosabban olyan irányt kell választanunk, hogy az evezéssel kiegyenlítsük, kompenzáljuk a víz sodrását. Az 1.11 ábrán az evezési sebességet két összetevőre, sodrásirányú és partra merőleges összetevőkre bontottuk.



1.11 ábra. Folyó sodrási irányára merőlegesen mozgó csónak

Ha a sodrásirányú összetevő (v_{1a}) nagysága megegyezik a folyó sebességével (v_2), akkor sodrásirányban a csónak áll. Ez célunk, tehát: $v_{1a} = v_2$. Az ábra alapján felírható:

$$\cos\alpha = \frac{v_{1a}}{v_1} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{6}{9} = 0{,}6666,$$

amelyből

$$\alpha = 48{,}2°.$$

Tehát a sodrás irányával 131,8°-ban kell eveznünk.

6. feladat:

Határozzuk meg, milyen magasra emelkedik a pontosan függőleges irányba, 25 m/s kezdősebességgel földobott kavics! Mennyi ideig tart a mozgás? Mekkora sebességgel érkezik vissza a kiindulási helyre?

Megoldás: Mivel ez a mozgás egyenletesen lassuló, mindenképpen fontos meghatározni, vajon mennyi ideig emelkedik a test (t_{em}). A válasz egyértelmű, addig lassul $a = -g$-vel, amíg a sebessége le nem csökken pontosan nullára:

$$v_t = v_0 - g \cdot t_{em} = 0 \quad \text{egyenletből} \quad t_{em} = \frac{v_0}{g} = 2{,}5\ \mathrm{s}$$

Az emelkedési idő ismeretében már meghatározható a felfelé megtett út:

$$s = v_0 \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2} = 25\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 2{,}5\ \mathrm{s} - 5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 2{,}5^2\ \mathrm{s}^2 = 31{,}25\ \mathrm{m}$$

A mozgás második része szabadesés, tehát az $s = \frac{g \cdot t^2}{2}$ összefüggésből:

$$t_{le} = \sqrt{\frac{2s}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 31{,}25\ \mathrm{m}}{10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}} = \sqrt{6{,}25}\ \mathrm{s} = 2{,}5\ \mathrm{s}$$

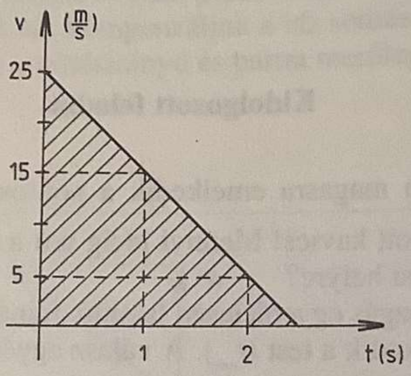
Látható, hogy az esés ideje ugyanakkora, mint az emelkedésé, így a mozgás összesen 5 s-ig tart. A leérkezéskor a sebesség:

$$v_t = g \cdot t_{le} = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 2{,}5\ \mathrm{s} = 25\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}},$$

ugyanakkora, mint a kiindulási sebesség, de ellentétes irányú!
A megoldásnak egy másik lehetséges, gyakran használható változata a sebesség–idő grafikonról olvasható le (1.12 ábra).

A grafikont mindenféle egyenletmegoldás nélkül elkészíthetjük, hiszen tudjuk, hogy emelkedés közben a test sebessége másodpercenként 10 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$-mal csökken, a vonalkázott terület pedig megadja a megtett utat:

$$s = \frac{v_0 \cdot t}{2} = 31{,}25 \text{ m}$$



1.12 ábra. Függőlegesen felhajított test sebesség–idő grafikonja