Fizikai alapismeretek

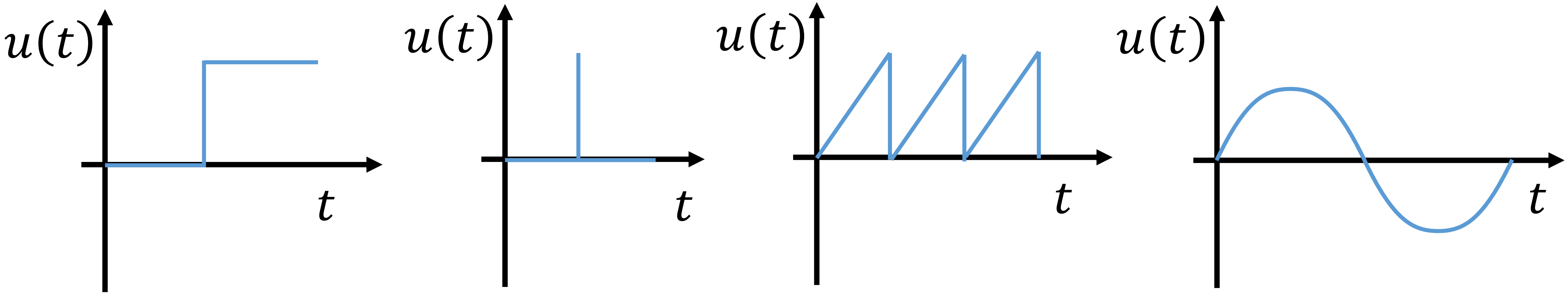
8. előadás: Váltakozó áram

Papp Ádám
papp.adam@itk.ppke.hu
407. szoba, 204. labor

2023. 11. 13.

Változó áram

Bármilyen időben nem állandó jel, pl: áramkör bekapcsolása, szinuszos jel, stb



Fourier transzformációval minden jel felbontható szinuszos jelekre.

→ Ha szinuszos jelekre ismerjük az áramkör viselkedését, a szuperpozíció elve alapján minden jeltípusra ki tudjuk számolni a választ.

→ Az áramköröket **frekvenciatartományban** tudjuk vizsgálni.

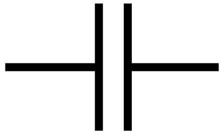
Passzív áramköri elemek

<u>Ellenállás</u>: viselkedése megegyezik az egyenáramú esettel.

$$u(t) = Ri(t)$$

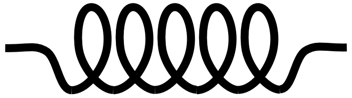
<u>Kapacitás</u>: csak akkor folyik rajta áram ha változik a rákapcsolt feszültség. Az áram a feszültség megváltozásával arányos.

$$i(t) = C\frac{du(t)}{dt}$$



<u>Induktivitás</u>: a mágneses tér felépülése az áramjárt vezető körül fékezi az áramot, ellenállásként jelentkezik ami az áram megváltozásával arányos.

$$u(t) = L\frac{di(t)}{dt}$$



Szinuszos jelekre

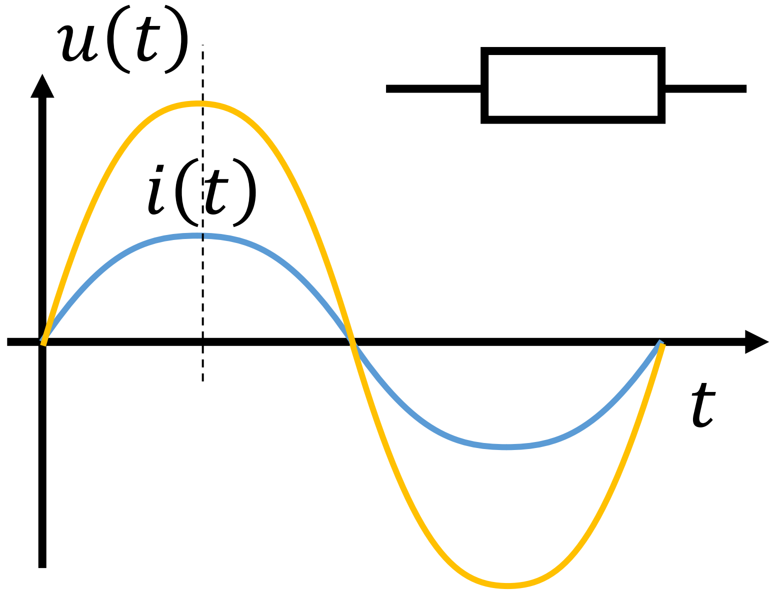
Ellenállás:

Gerjesztés: $i(t) = I\sin(\omega t)$

$(\omega = 2\pi f)$

$$u(t) = Ri(t) = RI\sin(\omega t)$$

$$\boxed{u(t) = RI\sin(\omega t)}$$



Szinuszos jelekre

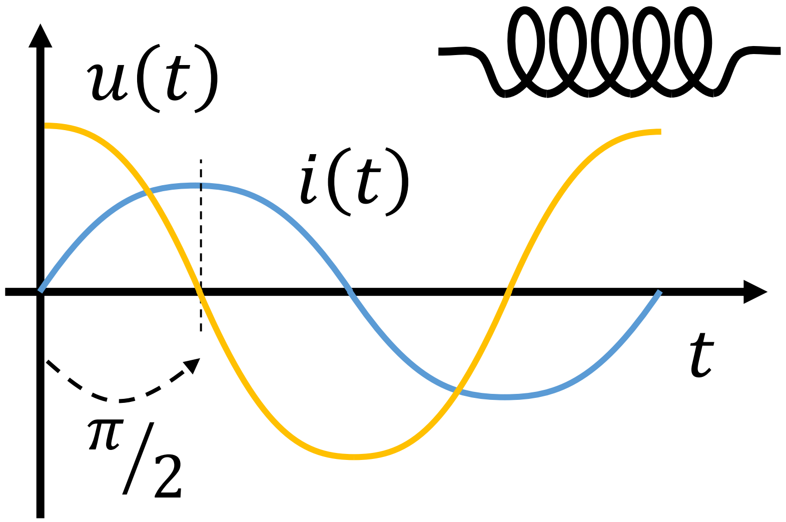
$(\omega = 2\pi f)$

Induktivitás:

Gerjesztés: $i(t) = I\sin(\omega t)$

$$u(t) = L\frac{di(t)}{dt} = L\frac{d(I\sin(\omega t))}{dt} = \omega L I\cos(\omega t)$$

$$\boxed{u(t) = \omega L I\cos(\omega t)}$$

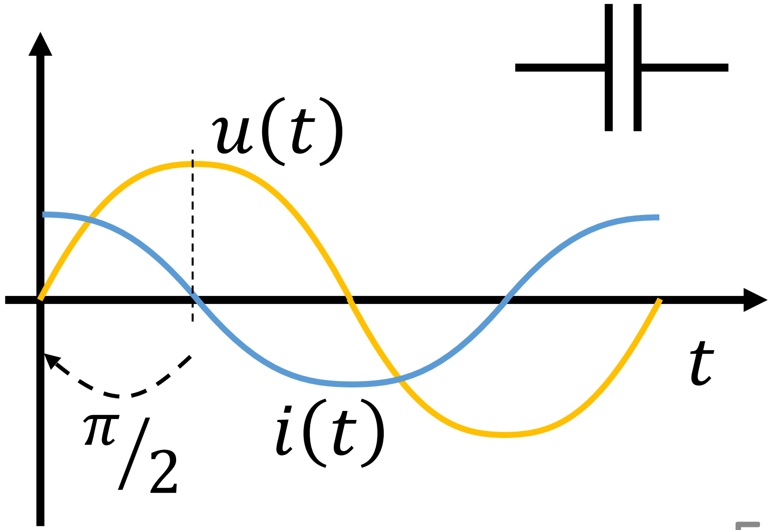


Kapacitás:

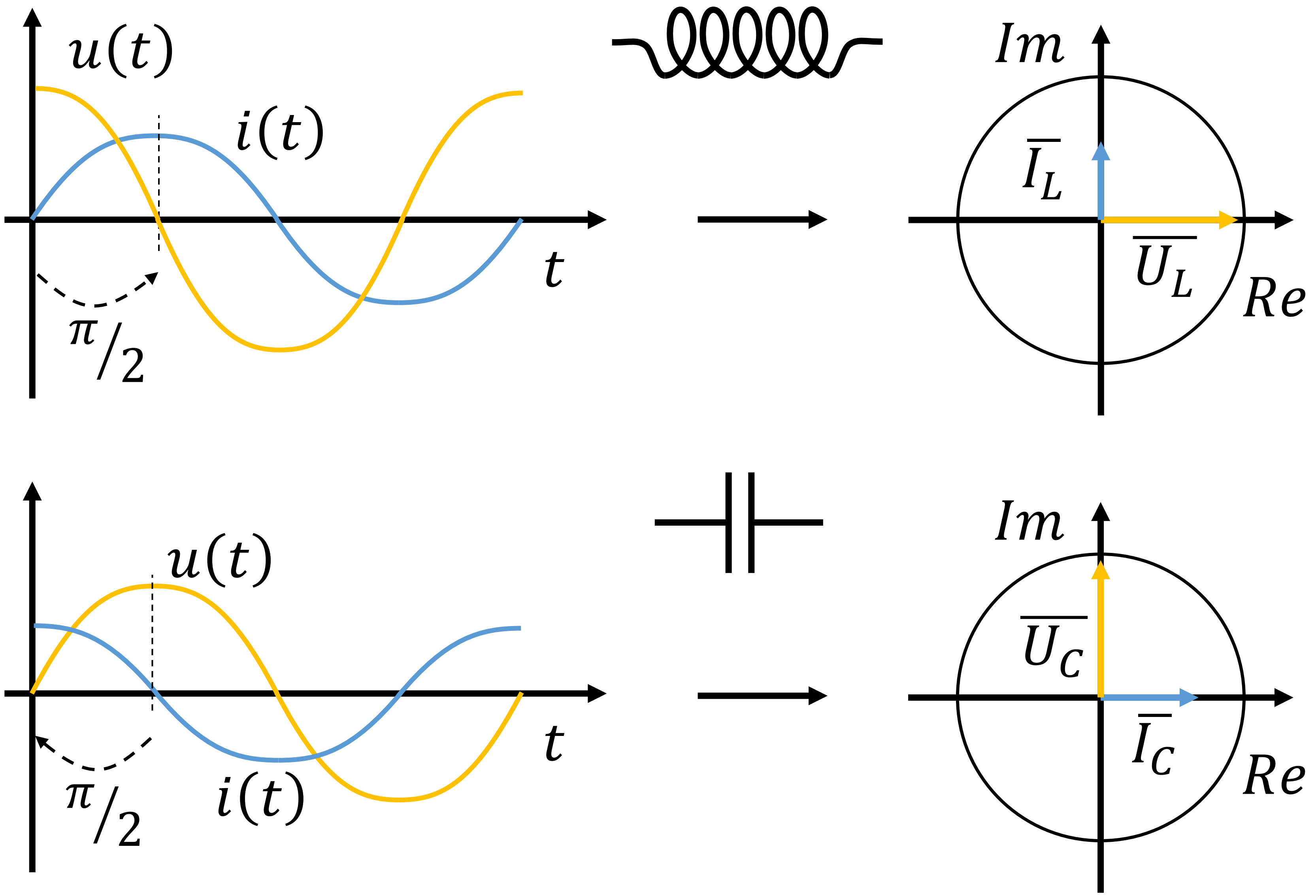
Gerjesztés: $u(t) = U\sin(\omega t)$

$$i(t) = C\frac{du(t)}{dt} = C\frac{d(U\sin(\omega t))}{dt} = \omega C U\cos(\omega t)$$

$$\boxed{i(t) = \omega C U\cos(\omega t)}$$



Ábrázolás vektorokkal



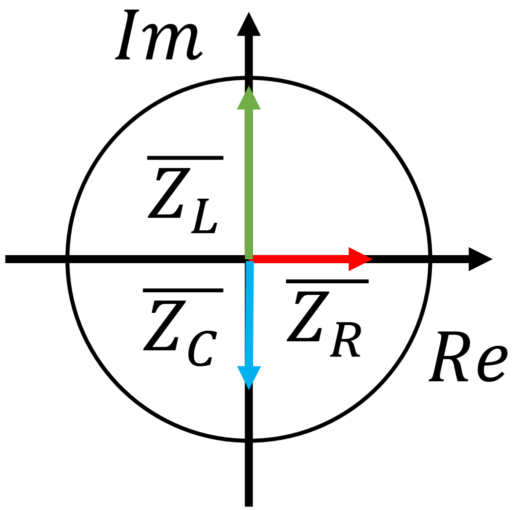
Impedancia

Az ellenállás mintájára létrehozott komplex mennyiség:

$$\bar{Z} = \frac{\overline{U}}{\overline{I}} = \begin{pmatrix} \frac{U}{I}\cos(\varphi_U - \varphi_I) \\ \frac{U}{I}\sin(\varphi_U - \varphi_I) \end{pmatrix} = \frac{U}{I}\cos\overbrace{(\varphi_U - \varphi_I)}^{\textbf{fázis}} + {\color{red}j}\,\frac{U}{I}\sin(\varphi_U - \varphi_I)$$

$$\bar{Z} = \binom{R}{X} = R + {\color{red}j}X$$

impedancia **ellenállás** **reaktancia**



Látszólagos ellenállás: az impedancia vektor hossza.

Kapacitás és induktivitás impedanciája

Induktivitás:

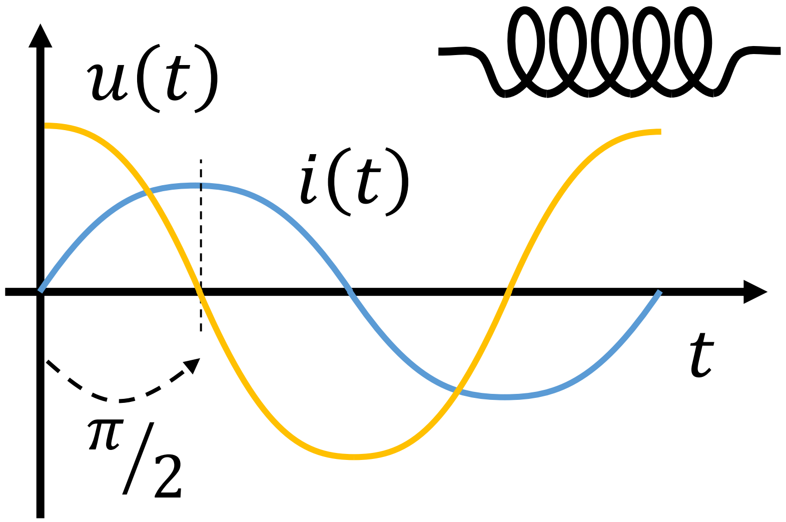
$$u(t) = \boldsymbol{\omega L} I \cos(\omega t)$$

$(\omega = 2\pi f)$

$$i(t) = I \sin(\omega t)$$

$$\bar{Z} = \begin{pmatrix} \omega L \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) \\ \omega L \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \end{pmatrix} = \binom{0}{\omega L} = j\omega L$$

pozitív reaktancia



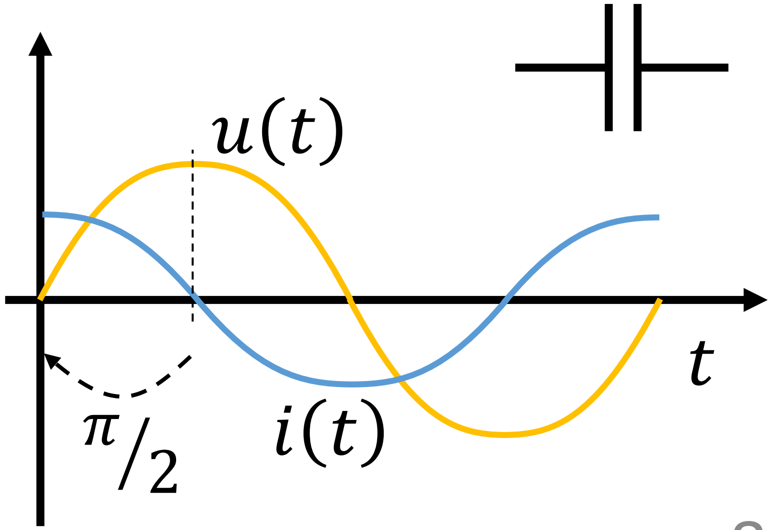
Kapacitás:

$$u(t) = U \sin(\omega t)$$

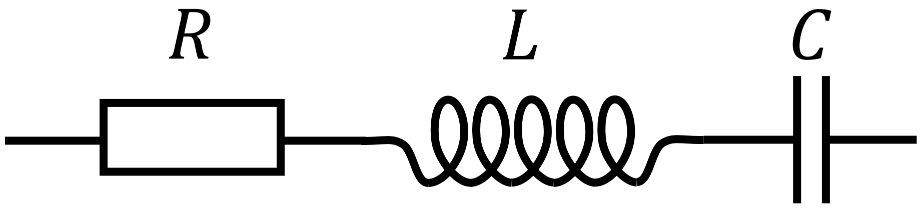
$$i(t) = \boldsymbol{\omega C} U \cos(\omega t)$$

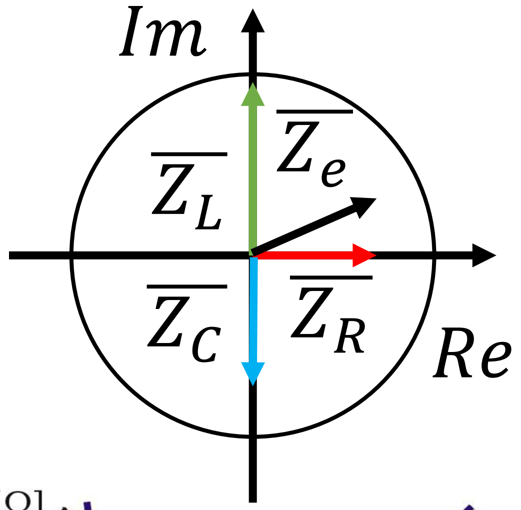
$$\bar{Z} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\omega C} \cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) \\ \frac{1}{\omega C} \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{1}{\omega C} \end{pmatrix} = -j\frac{1}{\omega C}$$

negatív reaktancia



Soros RLC





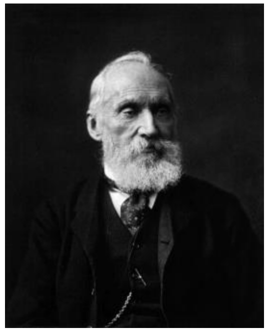
$$Z_e = Z_R + Z_L + Z_C = R + jX_L + jX_C =$$
$$= R + j\omega L - j\frac{1}{\omega C} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

<u>Rezonancia frekvencia:</u>

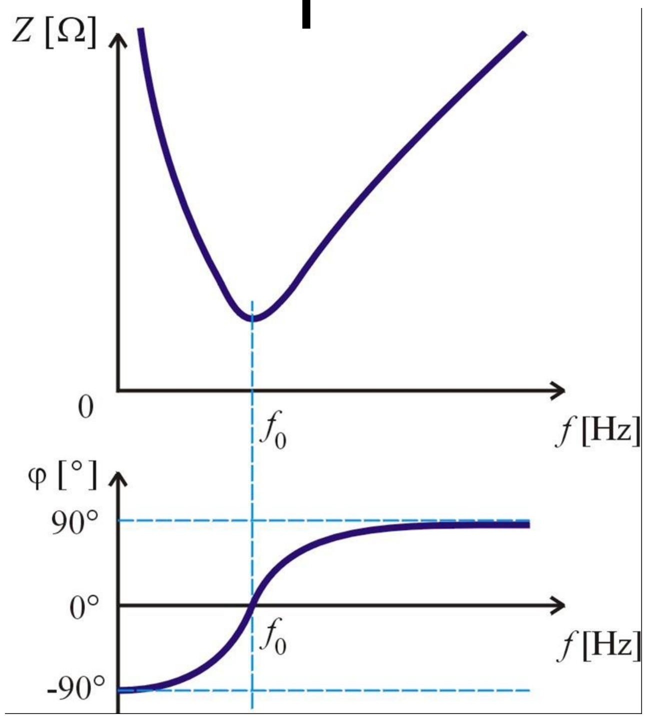
$$\min|Z_e| = R + \min\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

$$\omega L = \frac{1}{\omega C} \rightarrow \ \omega^2 = \frac{1}{LC} \rightarrow \boxed{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}}$$

Thomson képlet

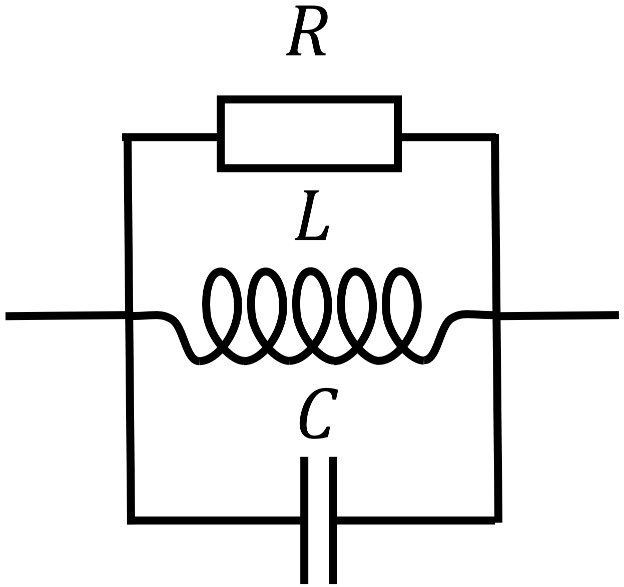


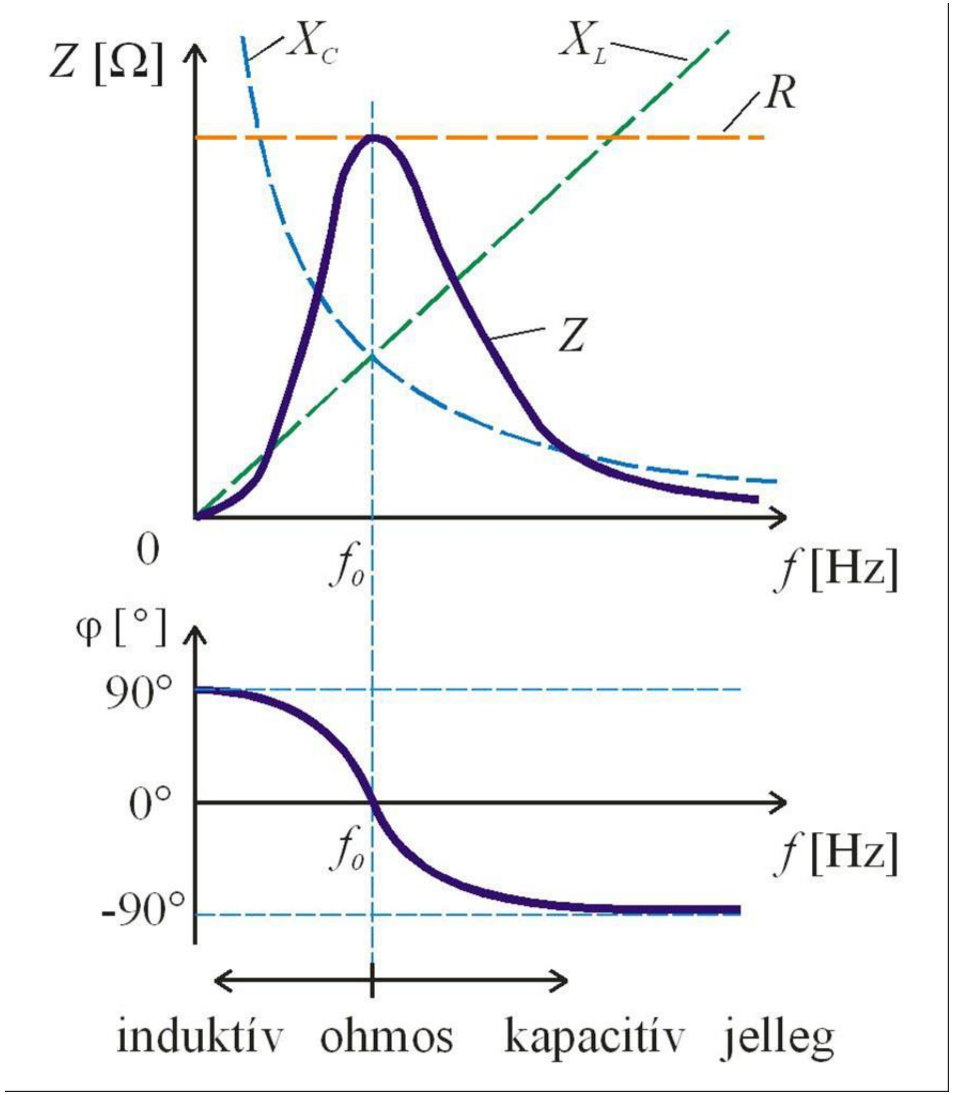
William Thomson (Lord Kelvin)



Párhuzamos RLC

$$\frac{1}{Z_e} = \frac{1}{Z_R} + \frac{1}{Z_L} + \frac{1}{Z_C} = \frac{1}{R} - j\frac{1}{X_L} - j\frac{1}{X_C} =$$
$$= \frac{1}{R} - j\frac{1}{\omega L} + j\omega C = \frac{1}{R} + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)$$





Effektív érték

A váltakozó feszültség (illetve áram) effektív értéke az az egyenfeszültség (áram) érték, ami ugyanakkora teljesítményt disszipálna az adott ellenálláson.

$$P = U \cdot I = I^2 R = \frac{U^2}{R}$$

Vagyis a feszültség (áram) értékeinek négyzetét átlagolva kaphatjuk meg az effektív értéket.

Szinuszos áram esetében:

$$I(t) = I_{max} \sin(\omega t)$$

$$I^2(t) = I_{max}^2 \sin^2(\omega t) = I_{max}^2 \frac{1 - \cos(2\omega t)}{2}$$

$$I_{eff} = I_{max} \frac{1}{\sqrt{2}}$$